大問1

(1) $X_1 = X_2 = X_3$

同じものが3つずつあるので

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{3}{3n} \cdot \frac{2}{3n-1} \cdot \frac{1}{3n-2}$$

$$= \frac{2n}{n(3n-1)(3n-2)} = \frac{2}{(3n-1)(3n-2)}$$ ㋐

(2) $X_1 = X_2 < X_3$

例

X_1 1 2 3 … n

X_2 1 2 3 … n

X_3 1 2 3 … n

X_1とX_2は1から$n-1$までとれる

X_3はX_1とX_2の次の数字からnまでとれる

⇒ X_1とX_2の数字をiとすると

$n-i$の数字が3つある

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{3}{3n} \cdot \frac{2}{3n-1} \cdot \frac{3(n-i)}{3n-2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{6(n-i)}{n(3n-1)(3n-2)}$$

$$= \frac{3(n-1)}{(3n-1)(3n-2)}$$ ㋑

(3) X_1は1から$k-1$
X_2はkのみ
X_3は$k+1$からnまでとれる
それぞれカードが3枚ずつあるので3つの数字がある

$$\frac{3(k-1)}{3n}\cdot\frac{1}{3n-1}\cdot\frac{3(n-k)}{3n-2}$$

$$=\frac{9(k-1)(n-k)}{n(3n-1)(3n-2)}$$ b

(4) $$\sum_{k=2}^{n-1}\frac{9(k-1)(n-k)}{n(3n-1)(3n-2)}$$

今回$k=1$, nの場合は成り立たなく、
確率は0なので

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{9(k-1)(n-k)}{n(3n-1)(3n-2)}$$ と同様く。

$$=\frac{3(n-1)(n-2)}{2(3n-1)(3n-2)}$$ k

(5) (1) + (2) × 2 + (4) より

$$\frac{3n^2+3n-2}{2(3n-1)(3n-2)}$$ p