

1 次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = e^x \sin x$ の第 2 次導関数を求めよ。
- (2) $g(x) = e^x \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) とする。 $g(x) \geq 1$ であることを示せ。
- (3) $h(x) = f(x) - x^2 - x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) とする。 $h(x) \geq 0$ であることを示せ。

2 次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を連続関数とする。関数 $g(x) = \int_x^{2x} \frac{(f(t))^2}{t^3} dt$ ($x > 0$) について、 $g'(x)$ を計算せよ。
- (2) 不定積分 $\int \frac{\log t}{t^3} dt$ を求めよ。
- (3) 関数 $h(x) = \int_x^{2x} \frac{(\log t)^2}{t^3} dt$ ($x > 0$) について、 $h(x)$ の極大値、およびそれを与える x の値を求めよ。

3 四面体 OABC において $AB = x$ とし、その他の辺の長さは全て 1 であるとする。点 C から平面 OAB に下ろした垂線を CH とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle OAB$ の面積を x を用いて表せ。
- (2) ベクトル \overrightarrow{OH} をベクトル \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} と x を用いて表せ。
- (3) 四面体 OABC の体積が $\frac{1}{12}$ となるときの x の値を求めよ。

4 i を虚数単位とする。複素数平面上の点 z で $z \neq -2$ であるものに対して、 $w = \frac{z-i}{z+2}$ で表される複素数平面上の点 w がある。次の問いに答えよ。

- (1) $w \neq 1$ であることを示せ。
- (2) z を w の式で表せ。
- (3) 原点と点 i を結ぶ線分の垂直二等分線上を点 z が動くとき、点 w はどのような図形をえがくか。

5 α は $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ を満たす定数とする。 l を平面上の直線で、直交座標で

$$\left(2 \cos \alpha - \frac{1}{\cos \alpha}, 2 \sin \alpha\right), \left(\frac{1}{\cos \alpha}, 0\right)$$

と表される 2 点を通るものとし、 $r = f(\theta)$ を l の極方程式とする。次の問いに答えよ。

- (1) $f(\theta)$ を求めよ。
- (2) 極座標が (r, θ) である点が直線 l 上を動くとき、 θ の動く範囲を α を用いて表せ。ただし、 $r \geq 0, -\pi \leq \theta < \pi$ とする。
- (3) 極座標が (r, θ) である点が直線 l 上を動くとき、 $-\frac{8}{r^3} + \frac{15}{r^2} - \frac{9}{r}$ の最小値が -2 であることを示せ。ただし、 $r \geq 0$ とする。