

【Ⅰ】 次の空欄 \boxed{a} ~ \boxed{d} を適当に補え。

(1) $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ のとき、 $x^4 + \frac{1}{x^4}$ の値は \boxed{a} である。

(2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、不等式 $2\sin^2 \theta + 5\cos \theta - 4 > 0$ を満たす θ の範囲は \boxed{b} である。

(3) 座標平面上に2点 $A(-1, 2)$ 、 $B(3, -4)$ がある。線分 AB を $1:2$ に内分する点を P とするとき、点 P の座標は \boxed{c} である。

(4) 袋の中に赤玉4個、白玉6個が入っている。この袋から同時に3個の玉を取り出し、その中に赤玉が含まれているとき、赤玉がちょうど2個である条件付き確率は \boxed{d} である。

【Ⅱ】 座標平面上の円と直線について、次の問いに答えよ。

円 $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ と、直線 $l: y = ax + 1$ (a は定数) が異なる2点で交わっている。

(1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ。

(2) 円 C と直線 l が異なる2点で交わるような定数 a の値の範囲を求めよ。

(3) 円 C が直線 l から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ となる時、定数 a の値を求めよ。

【Ⅲ】 関数 $f(x)$ について、次の問いに答えよ。

関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 4a$ (a は $a > 0$ を満たす定数) とする。

(1) 関数 $f(x)$ の極値を a を用いて表せ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸が異なる3点で交わる時、定数 a のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $a = 1$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形のうち、 $x \geq 0$ の部分の面積 S を求めよ。