[1] $a_1=1,\ a_{n+1}=3a_n^5$ —— ①

$a_n>0$ を示す.

[1] $n=1$のとき. $a_1=1>0$ ∴成立.

[2] $n=k$のとき, $a_k>0$と仮定すると,

$a_{k+1}=3a_k^5>0$ となり,

$n=k+1$のときも 成立.

[1],[2]より, すべての自然数$n$について,

$a_n>0$

①の両辺の,底が3の対数をとって,

$$\log_3 a_{n+1}=\log_3 3a_n^5$$
$$=\log_3 3+\log_3 a_n^5$$
$$=1+5\log_3 a_n$$

$b_n=\log_3 a_n$ とすると,

$$b_{n+1}=5b_n+1$$
$$b_{n+1}+\frac14=5\left(b_n+\frac14\right)$$
$$\therefore\ b_n+\frac14=\left(b_1+\frac14\right)\cdot5^{n-1}$$
$$=\left(\log_3 a_1+\frac14\right)\cdot5^{n-1}$$
$$=\frac14\cdot5^{n-1}$$
$$\therefore\ b_n=\frac14\cdot5^{n-1}-\frac14$$

ゆえに, $\log_3 a_n=\dfrac{5^{n-1}-1}{4}$

$$a_n=3^{\frac{5^{n-1}-1}{4}}$$ //

(2) $a\leqq\left(\frac12\right)^{3-\log_{\frac12}x+\log_2 b}$

真数条件より, $x>0$ —— ①

$$a\leqq\left(\frac12\right)^{3-\log_{\frac12}x+\log_2 b}$$
$$=\left(\frac12\right)^3\cdot\left(\frac12\right)^{-\log_{\frac12}x}\left(\frac12\right)^{\log_2 b}$$
$$=\frac18\cdot\frac1x\cdot\frac1b$$

$\left(\frac12\right)^{-\log_{\frac12}x}=\left\{\left(\frac12\right)^{\log_{\frac12}x}\right\}^{-1}=\frac1x$

$\left(\frac12\right)^{\log_2 b}=\left(2^{-1}\right)^{\log_2 b}=\left(2^{\log_2 b}\right)^{-1}=\frac1b$

$\therefore\ x\leqq\dfrac{1}{8ab}$ (∵①)

以上より, $0<x\leqq\dfrac{1}{8ab}$ //

(3) $\cos(x+y)-\cos x+\cos(x-y)$

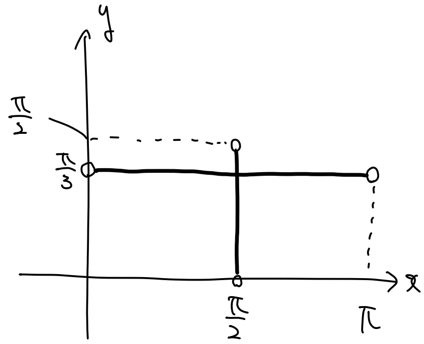
$=\cos x\cos y-\cancel{\sin x\sin y}-\cos x+\cos x\cos y+\cancel{\sin x\sin y}$

$=\cos x(2\cos y-1)=0$

∴ $\cos x=0$ または $2\cos y-1=0$

$\iff x=\frac{\pi}{2},\ y=\frac{\pi}{3}$ (∵ $0<x<\pi,\ 0<y<\frac{\pi}{2}$)

よって, 図示すると, 下のようになる。




(4) わかりません!!

(5) 袋Aから白球を取り出す事象をA,

袋Bから白球を取り出す事象をBとすると,

求める確率Pは, $P=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

また, $P(B)=P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)$

(∵ $A,\bar{A}$は互いに排反)

$P(A\cap B)=\frac25\cdot\frac49=\frac{8}{45}$

$P(\bar{A}\cap B)=\frac35\cdot\frac39=\frac{9}{45}$

以上より, $P(B)=\frac{17}{45}$ ∴ $P=\frac{8}{17}$ //