1. 三角形 OAB において $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし，点 C と点 D を，それぞれ $\overrightarrow{OC} = k\vec{a}$, $\overrightarrow{OD} = l\vec{b}$ となる点とする。ただし，$k > 1$, $l > 1$ とする。また，線分 AD と線分 BCの交点を E とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 線分 OE, AB, CD の中点を，それぞれ点 P, Q, R とするとき，これらの 3 点が，1 つの直線上にあることを示せ。

(3) $\dfrac{|\overrightarrow{PR}|}{|\overrightarrow{PQ}|}$ の値を，k と l を用いて表せ。

2. $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす θ に対して，$\alpha = 2(\cos\theta + i\sin\theta)$ とする。ただし，i は虚数単位である。$n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$ に対して，$z_n = \alpha^n - 2\alpha^{n-1}$ とおく。

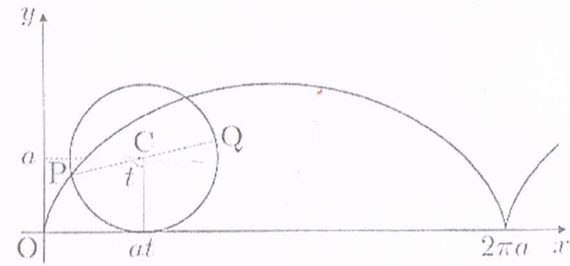
次の問いに答えよ。

(1) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ とするとき，z_n を極形式で表せ。

(2) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} |z_k| > 300$ となる最小の n を求めよ。

(3) z_{800} が実数となるような θ の値の個数を求めよ。

3. 座標平面上で，半径 a の円が x 軸上を，すべることなく正の方向に回転していくとき，円周上の 2 つの定点 P と Q の運動について考える。円は毎秒 1 ラジアンの速さで回転し，円の中心点 C の時刻 t 秒における座標 (x, y) を (at, a) とする。また，$t = 0$ のとき，点 P は原点 O に，点 Q は y 軸上の点 $(0, 2a)$ にあるとする。次の問いに答えよ。



(1) 時刻 t における点 Q の座標を求めよ。

(2) 時刻 t における点 P の速度を表すベクトル $\vec{v}$ と，点 Q の速度を表すベクトル $\vec{w}$ を，それぞれ求めよ。

(3) 時刻 t における点 P と点 Q の速度のベクトルの内積 $\vec{v} \cdot \vec{w}$ を求めよ。

(4) 時刻 t が，$0 \leqq t \leqq 2\pi$ の範囲において，速さ $|\vec{v}|$ の最大値と最小値を求めよ。

(5) 時刻 $t = \dfrac{\pi}{2}$ から $t = \dfrac{3\pi}{2}$ までの間に，点 P が動く道のり L を求めよ。